

PATENT
630-1165P

IN THE U.S. PATENT AND TRADEMARK OFFICE

Applicant: Min-Cheol Hong et al.
Appl. No.: New Group: Unassigned
Filed: October 20, 2000 Examiner: UNASSIGNED
For: FILTERING CONTROL METHOD FOR IMPROVING
IMAGE QUALITY OF BI-LINEAR INTERPOLATED
IMAGE

JC682 U.S. PTO
09/692156
10/20/00

L E T T E R

Assistant Commissioner for Patents
Washington, DC 20231

October 20, 2000

Sir:

Under the provisions of 35 U.S.C. § 119 and 37 C.F.R. § 1.55(a), the applicant(s) hereby claim(s) the right of priority based on the following application(s):

<u>Country</u>	<u>Application No.</u>	<u>Filed</u>
KOREA	1999-45805	October 21, 1999

A certified copy of the above-noted application(s) is(are) attached hereto.

If necessary, the Commissioner is hereby authorized in this, concurrent, and future replies, to charge payment or credit any overpayment to Deposit Account No. 02-2448 for any additional fee required under 37 C.F.R. §§ 1.16 or 1.17; particularly, extension of time fees.

Respectfully submitted,

BIRCH, STEWART, KOLASCH & BIRCH, LLP

By

Gary D. Yacura, #35,416

P.O. Box 747
Falls Church, VA 22040-0747
(703) 205-8000

GDY/cpw
630-1165P
Attachment



JC682 U.S. PTO
09/692156
10/20/00

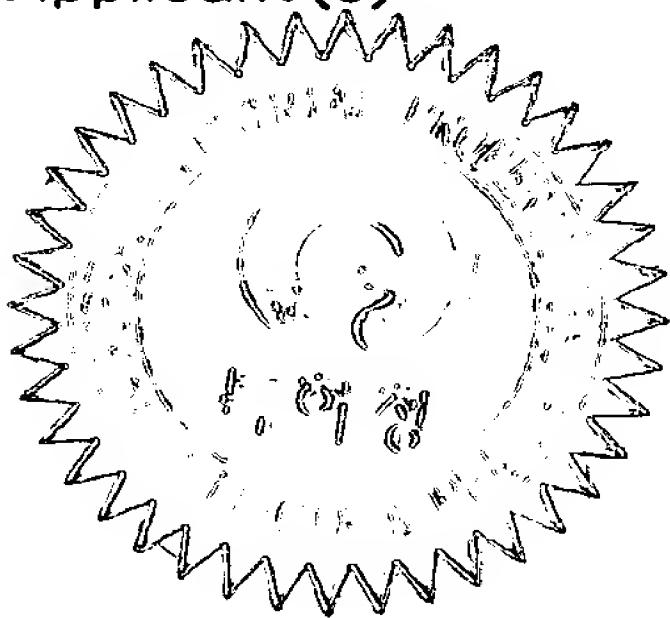
별첨 사본은 아래 출원의 원본과 동일함을 증명함.

This is to certify that the following application annexed hereto is a true copy from the records of the Korean Industrial Property Office.

출원 번호 : 특허출원 1999년 제 45805 호
Application Number

출원 년 월 일 : 1999년 10월 21일
Date of Application

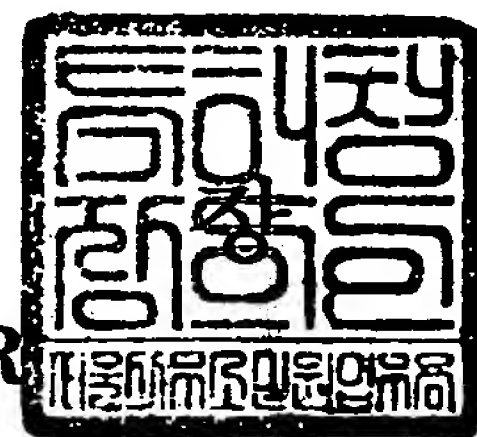
출원인 : 엘지전자 주식회사
Applicant(s)



2000 년 10 월 11 일

특 허 청

COMMISSIONER



【서류명】	특허출원서
【권리구분】	특허
【수신처】	특허청장
【제출일자】	1999.10.21
【발명의 명칭】	보간 영상의 화질 개선을 위한 필터링 제어방법
【발명의 영문명칭】	METHOD OF FILTERING CONTROL OF IMAGE BILINEAR INTERPOLATION
【출원인】	
【명칭】	엘지전자 주식회사
【출원인코드】	1-1998-000275-8
【대리인】	
【성명】	최영복
【대리인코드】	9-1998-000571-2
【포괄위임등록번호】	1999-001388-2
【발명자】	
【성명의 국문표기】	홍민철
【성명의 영문표기】	HONG,Min Cheol
【주민등록번호】	640530-1141010
【우편번호】	121-040
【주소】	서울특별시 마포구 도화동 현대2차아파트 210동 1301호
【국적】	KR
【발명자】	
【성명의 국문표기】	소윤성
【성명의 영문표기】	SOH,Yoon Seong
【주민등록번호】	720203-1489715
【우편번호】	150-073
【주소】	서울특별시 영등포구 대림3동 777-1 신동아아파트 1동 80호
【국적】	KR
【심사청구】	청구
【취지】	특허법 제42조의 규정에 의한 출원, 특허법 제60조의 규정에 의한 출원심사를 청구합니다. 대리인 최영복 (인)

【수수료】

【기본출원료】	18	면	29,000	원
【가산출원료】	0	면	0	원
【우선권주장료】	0	건	0	원
【심사청구료】	7	항	333,000	원
【합계】	362,000	원		
【첨부서류】	1. 요약서·명세서(도면)_1통			

【요약서】

【요약】

본 발명은 비디오폰(Video Phone)이나 비디오 컨퍼런스(Video Conference) 및 일반 디지털 영상 시스템에서, CCD카메라 등을 통해 디지털화된 영상이 해상도가 낮은 경우에 이 디지털 영상의 확대를 요구하는 경우나, 또는 압축영상 시스템의 움직임 벡터를 비화소(sub-pixel)단위로 예측하기 위한 경우에 적용되는 보간 기법에 관한 것이다.

본 발명은; (a). 정규화 복원기법을 기초로 하여, 저해상도 영상으로부터 보간 영상을 구하기 위한 필터계수를 구함에 있어서, H 는 PSF(Point Spread Function), f 는 원하는 고해상도 영상, z 는 저해상도 영상, g 는 바이리니어 보간기법에 의해 얻어진 고해상도 영상이라고 할 때, $g=Bz=Hf+n$ (B, H 는 바이리니어 필터, n 은 가정된 H 로 인해 발생하는 노이즈 성분)으로부터; (b). PSF(H)를 구하기 위한 부가함수 $M(f)$ 를 정의하고, (c). 상기 부가함수 $M(f)$ 로부터 PSF(H)를 구하여 $f=Pg$ 함수의 PSF(P)를 구하고, (d). 상기 $f=Pg=PBz=Qz$ 로 PSF(P)와 B 의 합쳐진 형태의 필터계수 Q 를 구하여 원하는 고해상도 영상(f)을 복원함을 특징으로 하는 필터링 제어방법 이다.

【대표도】

도 2

【색인어】

영상보간방법

【명세서】**【발명의 명칭】**

보간 영상의 화질 개선을 위한 필터링 제어방법{METHOD OF FILTERING CONTROL OF IMAGE BILINEAR INTERPOLATION}

【도면의 간단한 설명】

도1은 본 발명에서 2배 확대 고해상도 영상을 얻기위한 영상 샘플의 예를 나타낸 도면

도2는 본 발명에서 2배 확대 보간 필터계수의 예를 나타낸 도면

도3은 본 발명에서 3배 확대 고해상도 영상을 얻기 위한 영상 샘플의 예를 나타낸 도면

도4는 본 발명에서 3배 확대 보간 필터계수의 예를 나타낸 도면

도5는 본 발명에서 6배 확대 고해상도 영상을 얻기 위한 영상 샘플의 예를 나타낸 도면

도6은 본 발명에서 6배 확대 보간 필터계수의 예를 나타낸 도면

【발명의 상세한 설명】**【발명의 목적】****【발명이 속하는 기술분야 및 그 분야의 종래기술】**

<7> 본 발명은 비디오폰(Video Phone)이나 비디오 컨퍼런스(Video Conference) 및 일반 디지털 영상 시스템에서, CCD카메라 등을 통해 디지털화된 영상이 해상도가 낮은 경우에 이 디지털 영상의 확대를 요구하는 경우나, 또는 압축영상 시스템의 움직임 벡터를 비화

소(sub-pixel)단위로 예측하기 위한 경우에 적용되는 보간 기법에 관한 것으로서, 특히 정규화 복원기법을 기초로 하여 저해상도 영상으로부터 보간 영상을 구하기 위한 2차원 필터의 계수를 구하는 영상처리 시스템의 화질 개선을 위한 필터링 제어방법에 관한 것이다.

- <8> 정지영상 또는 동영상은 물리적으로 영상 해상도(Resolution)가 낮은 센서(Sensor)나 나이퀴스트 비(Nyquist Rate)를 충족시키지 못해서 해상도가 낮은 영상을 얻거나 전송하게 된다.
- <9> 또는 압축 동영상의 비트율(Bit Rate) 문제 등으로 인해서 해상도가 낮은 영상을 얻거나 전송하게 된다.
- <10> 그러므로, 고해상도의 영상을 저해상도의 영상으로부터 구하는 것은 중요한 문제가 된다.
- <11> 기존의 고해상도를 얻기 위한 방식은 크게 나누어 영상 익스팬션(Expansion)방식과 영상 인핸스먼트(Enhancement)방식으로 대별된다.
- <12> 영상 익스팬션 방식은 저해상도 영상을 원하는 영상 크기로 변환시키는 방식으로, 바이리니어 보간(Bilinear Interpolation), 제로 오더 홀드 익스팬션(Zero Order Hold Expansion), 큐빅 스플라인(Cubic Spline) 방식 등이 있으나, 이러한 영상 익스팬션 방식은 처리된 영상이 오버블러드(Over Blurred)되어 보간 영상의 윤곽선 부분에서 지나치게 완화된 상태로 보간복원되기 때문에 시각적인 측면에서 영상의 선명도가 떨어지는 단점이 있다.
- <13> 반면에, 영상 인핸스먼트로는 여러 방식이 제안되었으나, 계산량이 많고 많

은 계산을 요하는데 따른 실시간 처리의 문제점과 고해상도 영상을 구할 때 각 파라미터들의 설정이 적응적이지 못한 단점이 있었다.

- <14> 예를 들면 POCS(Projection Onto Convex Set) 기법을 사용하여 영상의 해상도를 증가시키고자 하는 기술이 있으나, 이 기술에서는 시간 영역의 정보 이용시 영상 사이의 상관 관계가 일률적으로 같다고 가정하였고(실질적으로는 영상 사이의 상관 관계가 일률적일 수 없다), 또한 나카자와(Nakazawa) 등은 영상을 움직임, 분류(Segmentation)정보를 사용하여 저해상도 영상의 비 유니폼 샘플(Non-uniform Sample)을 고해상도 영상의 유니폼 샘플로 맵핑(Mapping)시키는 방식을 제안하였으나, 이 방식은 계산량이 많은 단점이 있어서 영상처리 시스템의 실시간 영상 데이터 처리에 문제점이 있다.

【발명이 이루고자 하는 기술적 과제】

- <15> 본 발명은 디지털 영상 처리 시스템에서 저해상도 영상으로부터 보간 영상을 구함에 있어서, 계산량과 성능의 측면을 고려한 실시간 처리 적응 보간기법을 이용하여 보간 영상의 화질을 개선시킬 수 있도록 한 영상처리 시스템의 보간영상 화질개선을 위한 필터링 제어방법을 제공한다.
- <16> 본 발명은 정규화 복원기법을 기초로 해서 저해상도 영상으로부터 보간 영상을 구하기 위한 2차원 필터의 계수를 구하는 방법으로서, 일반적인 열화된 영상의 모델링으로부터 바이리니어 보간된 영상을 위한 PSF(Point Spread Function)를 주파수 영역에서 근사화시켜 구하고, 바이리니어 보간된 영상과 근사화된 PSF로부터 합쳐진 형태의 필터계수를 구하여, 보간 영상의 화질을 개선하고 실시간 적응적 처리를 가능하게 하는 영상처리 시스템의 보간영상 화질 개선을 위한 필터링 제어방법을 제공한다.

【발명의 구성 및 작용】

<17> 본 발명의 보간 영상의 화질 개선을 위한 필터링 제어방법은;

<18> (a). 정규화 복원기법을 기초로 하여, 저해상도 영상으로부터 보간 영상을 구하기 위한 필터계수를 구함에 있어서, H는 PSF(Point Spread Function), f는 원하는 고해상도 영상, z는 저해상도 영상, g는 바이리니어 보간기법에 의해 얻어진 고해상도 영상이라고 할 때, $g=Bz=Hf+n$ (B,H는 바이리니어 필터, n은 가정된 H로 인해 발생하는 노이즈 성분) 으로부터;

<19> (b). PSF(H)를 구하기 위한 부가함수 M(f)를

<20>
$$M(f) = \|g - Hf\|^2 + \alpha \|Cf\|^2$$

<21> 로 정의하고,

<22> (c). 상기 부가함수 M(f)로부터 PSF(H)를

<23>
$$H(k, l) = \frac{G(k, l)}{F(k, l)}$$

<24> 로 구하여 $f=Pg$ 함수의 PSF(P)를

<25>
$$P(k, l) = \frac{H^*(k, l)}{H^*(k, l)H(k, l) + C^*(k, l)C(k, l)}$$

<26> 로 구하고,

<27> (d). 상기 $f=Pg=PBz=Qz$ 로 PSF(P)와 보간필터 B의 합쳐진 형태의 필터계수 Q를 구하여 원하는 고해상도 영상(f)을 복원함을 특징으로 하는 필터링 제어방법 이다.

- <28> 도1은 본 발명에서 2배 고해상도 영상을 얻기 위한 영상 샘플의 예를 나타내었으며, 도2는 도1의 2배 확대 보간을 위한 상기의 보간필터 계수를 나타내었다.
- <29> 도1에서 영문 소문자 화소(a~i)는 저해상도 화소를 의미하며, 영문 대문자 화소(A,B,C,D)는 본 발명의 필터를 이용한 고해상도 영상의 화소들을 의미한다.
- <30> 원(circle) 내의 영문 소문자 화소(a~i) 즉, 3×3 화소로부터 도2에 있는 필터계수들을 사용해서 고해상도 영상을 얻은 것이다.
- <31> 도3은 본 발명에서 3배 고해상도 영상을 얻기 위한 영상 샘플의 예를 나타내었으며, 도4는 도3의 3배 확대 보간을 위한 상기의 보간필터 계수를 나타내었다.
- <32> 도3에서 영문 소문자 화소(a~p)는 저해상도 화소를 의미하며, 영문 대문자 화소(A,B,C,D,E,F,G,H,I)는 본 발명의 필터를 이용한 고해상도 영상의 화소들을 의미한다.
- <33> 원(circle) 내의 영문 소문자 화소로(a~p) 즉, 4×4 화소로부터 도4에 있는 필터계수들을 사용해서 도3의 삼각형으로 표현한 바와같은 3배 보간된 새로 생성된 화소들을 구하였다.
- <34> 앞에서 설명한 2배와 3배 보간 필터로부터 바이리니어 보간방식을 이용한 6배 보간(확대) 고해상도 영상을 위한 샘플의 예를 도5에 나타내었으며, 도6은 이 6배 확대 보간을 위한 필터계수들을 나타내고 있다.
- <35> 도5에서 살펴보면, '×'로 표기한 화소는 도2의 2배 보간 필터를 사용해서 구하고, 삼각형으로 표기한 위치의 화소는 도4의 3배 보간 필터를 사용해서 구하고, 사각형으로 표기한 위치의 화소는 상기 2배 및 3배 보간을 이용해서 생성되는 화소들의 바이리니어 보간기법을 이용해서 구한다.

- <36> 도2,도4,도6에서 표현되고 있는 바와같이 본 발명에 의한 필터계수로 구한 값은 정수값을 가지게 되며, 계산된 값은 9비트 쉬프트(9bit shift)시킴으로써 부동소수점(floating point)연산 처리를 불필요하게 한다.
- <37> 도1 내지 도6에서는 각각 2배, 3배, 6배 보간을 예로 들었으나, 본 발명은 이에 제한되지 않으며, 임의의 보간 비율에도 동일하게 적용될 수 있다.
- <38> 이하, 본 발명의 보간영상 화질 개선을 위한 필터링 제어방법을 더욱 상세하게 설명한다.
- <39> 먼저, 각 보간 비율에 따른 보간 필터 계수를 구하기 위해서 공간불변 PSF (spatially invariant point spread function)는 주파수 영역상에서 분석 및 근사화가 용이하게 때문에, 바이리니어 보간기법으로 보간된 영상으로부터 공간영역 상에서 변화하지 않는 PSF를 고려한다.
- <40> 저해상도 영상을 z , 바이리니어 보간기법에 의해서 얻어진 고해상도 영상을 g , 우리가 복원해 내기를 원하는 고해상도 영상을 f 라고 한다면 각 영상들 사이에는 다음의 수학적식1과 같은 관계가 성립한다.
- <41> 【수학적식 1】
- $$g = Bz = Hf + n$$
- <42> 수학적식1에서 B, H, n 은 바이리니어 보간필터이고, H 는 원래의 고해상도 영상과 보간기법에 의해서 얻어진 고해상도 영상 g 와의 관계를 정의하는 공간불변 PSF 이고, n 은 고정된 H 로 인해 발생하는 노이즈 성분이다.
- <43> 여기서, $PSF(H)$ 를 구하기 위해서 노이즈 성분을 무시하고, 다이렉트 인버스(direct

inverse)를 이용하면 PSF(H)는 주파수 영역에서 다음의 수학식2와 같이 표현될 수 있다.

<44> 【수학식 2】

$$H(k, l) = \frac{G(k, l)}{F(k, l)}$$

<45> 수학식2의 $H(k, l)$ 은 PSF(H)의 (k, l) 번째 주파수 영역상의 성분이고, $G(k, l)$ 은 바이리니어 보간 영상의 (k, l) 번째 주파수 영역상의 성분이고, $F(k, l)$ 은 고해상도 영상의 (k, l) 번째 주파수 영역상의 성분이다.

<46> 그런데 고해상도 영상 f 는 알려지지 않으므로 본 발명에서는 여러 종류의 영상을 여러 비율상에서 언더샘플(under-sample)한 후 바이리니어 보간기법을 이용한 고해상도 영상으로부터 통계적 처리로 PSF(H)를 구한다.

<47> 이때, 다이렉트 인버스로부터 얻어진 PSF(H)를 이용해서 고해상도 영상을 구하게 되며, 주파수 영역상에서 (k, l) 이 '0'값을 갖는 영역(일반적으로 고주파 영역)에서 오버슈트(overshoot)가 되어 시스템 안정화에 문제가 발생하므로, 다이렉트 인버스로 얻어진 PSF(H)로부터 고해상도 영상은 시스템 안정화를 증가시키는 정규화 복원기법(regularization image restoration)을 이용해서 구한다.

<48> 정규화 기법은 영상의 복원이나 임의의 PSF를 구하기 위해 사용되어 왔으며, 이 기법을 사용해서 PSF(H)를 구하기 위한 부가함수 $M(f)$ 를 다음의 수학식3과 같이 정의한다.

<49> 【수학식 3】

$$M(f) = \|g - Hf\|^2 + \alpha \|Cf\|^2$$

<50> 수학식3의 우변 첫번째 항은 바이리니어 보간된 영상의 신뢰도를 의미하며, 두번째 항은 복원영상에 완화를 부여하여 시스템의 안정도를 증가시키는 항이다.

<51> 또한 $\| \cdot \|$ 은 1-2 표준화(norm)을 의미하며, α 는 완화 정도를 결정하는 정규화 매개변수이고, C 는 원 영상의 완화를 구하는 2차원 고주파 필터로서 본 발명에서는 2차원 가우시안 필터(Gaussian Filter)를 사용하였다.

<52> 수학식3 으로부터 고해상도 영상을 얻기 위해 그레디언트 연산자(Gradient Operator)를 취하면 다음의 수학식4를 얻게 된다.

<53> 【수학식 4】

$$\nabla_f M(f) = -2H^T(g - Hf) + 2\alpha C^T C f = 0$$

<54> 수학식4에서 T 는 행렬의 전치행렬(transpose)을 의미한다.

<55> 그런데, 종래에는 고해상도 영상 및 정규화 매개변수를 구하기 위해서 반복기법을 사용했으나, 이러한 방법은 계산량이 많아지기 때문에 동영상 처리에는 적합하지 않다.

<56> 그러므로 본 발명에서는 정규화 매개변수(α)를 '1'로 고정시켜 사용했으며, 다이렉트로 고해상도 영상(f)을 다음의 수학식5와 같이 구하게 된다.

<57> 【수학식 5】

$$f = \frac{H^T g}{(H^T H + C^T C)} = P g$$

<58> 수학식5에서 $PSF(P)$ 는 $P = H^T / (H^T H + C^T C)$ 이므로 역행렬을 계산해야 되어 많은 계산량을 요구하게 되지만, 블록 서큘런트(block-circulant) 행렬이므로 주파수 영역상에서 쉽게 계산될 수 있다.

<59> 그러므로, $PSF(P)$ 는 다음의 수학식6과 같이 최종적으로 구해질 수 있다.

<60> 【수학식 6】

$$P(k, l) = \frac{H^*(k, l)}{H^*(k, l)H(k, l) + C^*(k, l)C(k, l)}$$

- <61> 수학식6에서 '*'는 켤레복소 켤레켄제이트(complex-conjugate)를 의미한다.
- <62> 수학식6 으로부터 IFT(Inverse Fourier Transform)을 취하면 PSF(P)를 구할 수 있다.
- <63> 이와같이 구해진 PSF(P)와 앞의 수학식1을 이용하면 결국 우리가 원하는 고해상도 영상 f는 다음의 수학식7과 같이 구해진다.
- <64> 【수학식 7】
- $$f = Pg = PBz = Qz$$
- <65> 결국, PSF(P)는 공간불변한 행렬이며, 바이리니어 보간필터는 쉽게 구할 수 있으므로, 두 행렬의 합쳐진 형태 Q를 구할 수 있다.
- <66> 이때, 계산량을 감소시키기 위해서 PSF(P)의 커널 수를 각각 업샘플링(up-sampling)값에 따라 다르게 둔다.
- <67> 본 발명에서는 업샘플링 비가 2인 경우에는 커널 수를 3으로 제한하였고, 업샘플링 비가 3인 경우는 커널 수를 4로 제한하였다.
- <68> 업샘플링 비가 2인 경우는 압축 디지털 영상의 후처리부에서 영상 크기를 2배로 확대하는 응용분야 및 H.263 동영상 압축방식에서 비화소(sub-pixel) 움직임 벡터를 구할 때 이용될 수 있으며, 업샘플링 비가 3인 경우는 H.26L 동영상 압축방식에서 1/3 단위의 움직임 벡터를 이용하는 곳에 이용될 수 있다.

【발명의 효과】

- <69> 본 발명의 저해상도 영상으로부터 보간된 고해상도 영상을 얻기 위한 필터기법은 저해상도 영상 센서로 인해 디지털 영상의 해상도가 떨어진 경우 후처리부분에서 화질개

선을 위해 사용될 수 있으며, 동영상 압축방식의 움직임 벡터를 구하기 위한 보간 기법으로 사용되어 화질을 개선할 수 있다.

【특허청구범위】

【청구항 1】

(a). 정규화 복원기법을 기초로 하여, 저해상도 영상으로부터 보간 영상을 구하기 위한 필터계수를 구함에 있어서, H는 PSF(Point Spread Function), f는 원하는 고해상도 영상, z는 저해상도 영상, g는 바이리니어 보간기법에 의해 얻어진 고해상도 영상이라고 할 때, $g=Bz=Hf+n$ (B,H는 바이리니어 필터, n은 가정된 H로 인해 발생하는 노이즈 성분) 으로부터;

(b). PSF(H) 를 구하기 위한 부가함수 M(f)를 정의하고,

(c). 상기 부가함수 M(f)로부터 PSF(H)를 구하여, $f=Pg$ 함수의 PSF(P)를 구하고 ,

(d). 상기 $f=Pg=PBz=Qz$ 로 PSF(P)와 보간필터 B의 합쳐진 형태의 필터계수 Q를 구하여 원하는 고해상도 영상(f)을 복원함을 특징으로 하는, 보간영상의 화질개선을 위한 필터링 제어방법.

【청구항 2】

제 1 항에 있어서, 상기 부가함수 M(f)는;

$$M(f) = \|g - Hf\|^2 + \alpha \|Cf\|^2$$

(α 는 정규화 매개변수, C는 원영상의 완화를 구하는 2차원 고주파 필터)

로 정의함을 특징으로 하는, 보간영상의 화질개선을 위한 필터링 제어방법.

【청구항 3】

제 1 항에 있어서, 상기 PSF(H)는;

$$H(k, l) = \frac{G(k, l)}{F(k, l)}$$

(G(k,l)은 바이리니어 보간 영상의 (k,l)번째 주파수 영역상의 성분, G(k,l)은 고 해상도 영상의 (k,l)번째 주파수 영역상의 성분)

으로 구하는 것을 특징으로 하는 보간영상의 화질개선을 위한 필터링 제어방법.

【청구항 4】

제 1 항에 있어서, 상기 PSF(P)는;

$$P(k, l) = \frac{H^*(k, l)}{H^*(k, l)H(k, l) + C^*(k, l)C(k, l)}$$

로부터 IFT(Inverse Fourier Transform)을 취하여 구하는 것을 특징으로 하는, 보 간영상의 화질개선을 위한 필터링 제어방법.

【청구항 5】

제 2 항에 있어서, 상기 정규화 매개변수 α 는 '1'로 고정시켜 계산량을 줄일 수 있도록 한 것을 특징으로 하는, 보간영상의 화질개선을 위한 필터링 제어방법.

【청구항 6】

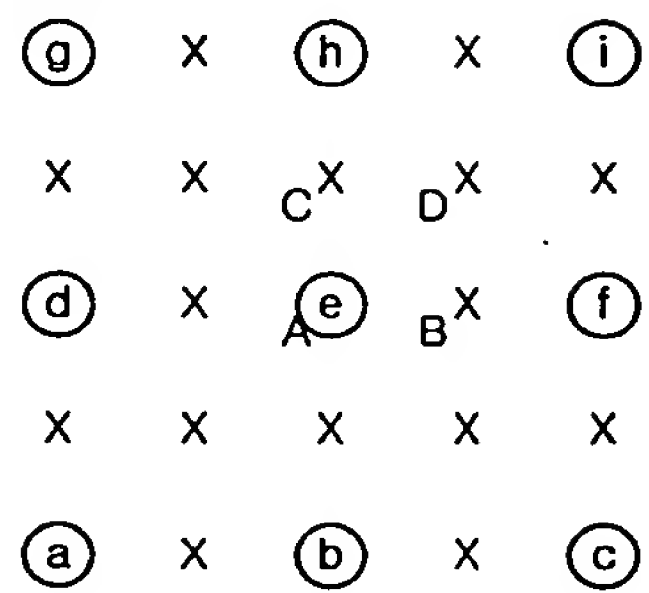
제 1 항 또는 제 4 항에 있어서, 상기 PSF(P)의 커널 수는 영상의 업샘플링값에 따라 다르게 설정되는 것을 특징으로 하는, 보간영상의 화질개선을 위한 필터링 제어방법.

【청구항 7】

제 2 항에 있어서, 상기 원영상의 완화를 구하는 2차원 고주파 필터로 2차원 가우시안 필터(Gaussian Filter)를 사용하는 것을 특징으로 하는, 보간영상의 화질 개선을 위한 필터링 제어방법.

【도면】

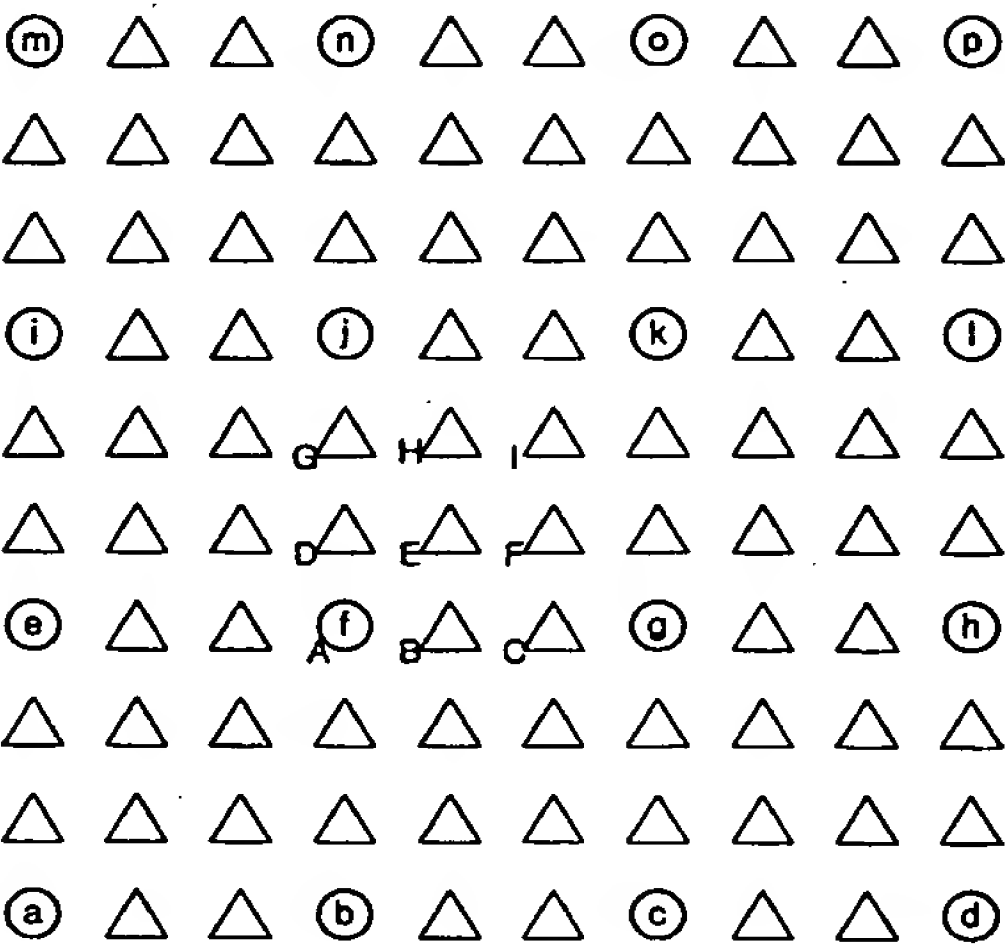
【도 1】



【도 2】

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = 1/512 \begin{bmatrix} 1 & 94 & -15 & 94 & 391 & -15 & -15 & -15 & -8 \\ -15 & 86 & -9 & -13 & 370 & 113 & -6 & -14 & -18 \\ -15 & -13 & -6 & 86 & 370 & -14 & 9 & 113 & -18 \\ -6 & -14 & -14 & -14 & 349 & 107 & -14 & 107 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \end{bmatrix}$$

【도 3】











































【도 4】

$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \end{bmatrix}$	$= 1/512$	$\begin{bmatrix} -4 & 60 & -22 & 0 & 104 & 387 & -3 & 0 & -4 & 7 & -13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -15 & 71 & -22 & 0 & 11 & 422 & 63 & 0 & -11 & 12 & -19 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & 44 & 9 & -8 & -17 & 307 & 215 & -8 & -6 & 4 & -11 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16 & -8 & -16 & 0 & 103 & 372 & -3 & 0 & 9 & 91 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -4 & -25 & 0 & 9 & 403 & 61 & 0 & -12 & 107 & -15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & -9 & -23 & -5 & -19 & 284 & 229 & -10 & -13 & 69 & 29 & -12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & -10 & -6 & 0 & 44 & 212 & -16 & 0 & 71 & 269 & -11 & 0 & -11 & -16 & -6 & 0 & 0 \\ -4 & -9 & -10 & 0 & -6 & 226 & 52 & 0 & 2 & 272 & 22 & 0 & -6 & -15 & -12 & 0 & 0 \\ -2 & -8 & -12 & -2 & -16 & 160 & 100 & -9 & -15 & 213 & 143 & -2 & -9 & -12 & -15 & -2 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \\ k \\ l \\ m \\ n \\ o \\ p \end{bmatrix}$
---	-----------	---	--

④

○

Ⓟ

(j)			x			(k)
						
S	T	U	V	W	X	
						
	P		Q		R	
x			x			x
	L	M		N	O	
						
	I		J		K	
						
C	D	E	F	G	H	
(f)			x			(g)
	A				B	

④

h

a

(b)

©

(d)

【도 6】

A		-7	81	-14	0	52	405	24	0	-13	-2	-14	0	0	0	0	0	
B		-6	23	52	-12	-9	201	302	-12	-3	-5	-13	-6	0	0	0	0	
C		-8	43	-16	0	99	382	-9	0	-3	38	-14	0	0	0	0	0	
D		-10	38	-20	0	54	397	27	0	-7	49	-16	0	0	0	0	0	
E		-13	33	-23	0	10	413	62	0	-12	59	-17	0	0	0	0	0	<i>a</i>
F		-12	26	-15	-3	-4	354	142	-5	-11	48	-4	-4	0	0	0	0	<i>b</i>
G		-10	17	-8	-7	-13	295	221	-9	-10	36	9	-9	0	0	0	0	<i>c</i>
H		-5	4	18	-11	-9	197	302	-9	-5	17	24	-11	0	0	0	0	<i>d</i>
I		-14	-6	-21	0	56	338	29	0	-2	99	-17	0	0	0	0	0	<i>e</i>
J		-10	-7	-24	-3	-5	344	145	-5	-12	88	7	-6	0	0	0	0	<i>f</i>
K		-4	-13	-16	-11	-10	194	301	-6	-6	39	60	-16	0	0	0	0	<i>g</i>
L		-12	-13	-9	0	53	363	26	0	1	111	-8	0	0	0	0	0	<i>h</i>
M	$=1/512$	-9	-14	-11	0	19	356	67	0	-6	109	1	0	0	0	0	0	<i>i</i>
N		-9	-9	-14	-2	-9	261	195	-5	-9	74	45	-6	0	0	0	0	<i>j</i>
O		-12	-5	-13	-4	-5	174	282	-9	-5	42	79	-12	0	0	0	0	<i>k</i>
P		-6	-10	-8	0	19	219	18	0	37	271	6	0	-9	-16	-9	0	<i>l</i>
Q		-8	-9	-6	1	-11	193	76	-4	-7	243	83	-4	-4	-14	-14	-1	<i>m</i>
R		-1	-8	-11	-4	-8	102	156	-13	-8	142	206	-10	-1	-11	-15	-4	<i>n</i>
S		-4	-5	-3	0	23	153	-16	0	83	330	-13	0	-13	-16	-7	0	<i>o</i>
T		-3	-5	-4	0	6	151	0	0	45	338	15	0	-11	-9	-11	0	<i>p</i>
U		-2	-5	-5	0	-10	149	15	0	7	347	43	0	-9	-2	-16	0	
V		-2	-4	-6	-1	-12	125	35	-4	-5	304	111	-4	-6	-3	-14	-2	
W		-1	-4	-6	-1	-14	102	55	-8	-16	260	179	-9	-4	-4	-13	-4	
X		-1	-4	-6	-2	-7	62	104	-12	-8	172	255	-11	-2	-9	-14	-5	